

10. GEOMETRIA ANALITYCZNA – zadania

Zad.10.1. Dane są punkty $A = (-2,3); B = (4,7)$.

- Oblicz długość odcinka AB .
- Wyznacz współrzędne środka odcinka AB .
- Znajdź taki punkt P aby punkt B był środkiem odcinka AP .

Zad.10.2. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty A i B :

- $A = (-1,3); B = (3,5)$
- $A = (-2,4); B = (-2,-5)$
- $A = (4,5); B = (-3,5)$

Zad.10.3. Wyznacz równanie prostej równoległej do prostej l i przechodzącej przez punkt A

- $l : y = 3x - 2; A = (5,3)$
- $l : 3x + 4y + 6 = 0; A = (-1,0)$
- $l : y = 3; A = (3,5)$
- $l : x = 4; A = (-1,-6)$

Zad.10.4. Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej l i przechodzącej przez punkt A

- $l : y = 3x - 2; A = (5,3)$
- $l : 3x + 4y + 6 = 0; A = (-1,0)$
- $l : y = 3; A = (3,5)$
- $l : x = 4; A = (-1,-6)$

Zad.10.5. Oblicz odległość punktu $A = (-2,3)$ od prostej $k : y = 3x + 2$.

Zad.10.6. Oblicz odległość prostych $k : y = 2x - 3; l : y = 2x + 4$

Zad.10.7. Wskaż proste równoległe:

$$\begin{aligned} l_1 : y = 2x + 6 & \quad l_2 : y = \frac{1}{2}x + 6 \\ l_3 : y = 4 + 2x & \quad l_4 : y = 2x - \sqrt{3} \\ l_5 : x - 2y + 5 = 0 & \quad l_6 : y = -\frac{1}{2}x + 5 \\ l_7 : y = 2\frac{1}{2}x - 1 & \quad l_8 : y = \frac{5}{2}x + 3 \end{aligned}$$

Zad.10.8. Wskaż pary prostych prostopadłych:

$$\begin{aligned} l_1 : y = 2x + 6 & \quad l_2 : y = \frac{1}{2}x + 6 \\ l_3 : y = 6 - \frac{1}{2}x & \quad l_4 : 2x + y - 1 = 0 \\ l_5 : y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{6} & \quad l_6 : y = \frac{2}{3}x - 5 \end{aligned}$$

Zad.10.9. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt $A = (-1,5)$ i

- równoległej do prostej $l : y = 3x - 1$
- równoległej do prostej $l : x + y + 2 = 0$
- prostopadłej do prostej $l : y = \frac{1}{2}x$
- prostopadłej do prostej $l : -2x + 3y - 4 = 0$

Zad.10.10. Napisz równanie okręgu o promieniu r i środku S :

- a) $S = (1,3); r = 2$ b) $S = (-2,4); r = 1$
c) $S = (0,0); r = 4$ d) $S = (0,-2); r = 5$

Zad.10.11. Podaj długość promienia i współrzędne środka okręgu o równaniu:

- a) $x^2 + y^2 = 9$ b) $(x-2)^2 + (x+3)^2 = 1$
c) $(x+2)^2 + y^2 = 5$ d) $x^2 + (y-5)^2 = 3$

Zad.10.12. Dane są punkty $A = (0,1); B = (3,4)$. Napisz równanie symetralnej odcinka AB .

Zad.10.13. Prosta l tworzy z osią X kąt o mierze 45° i przechodzi przez punkt $M = (-2,2)$.

Prosta k , prostopadła do prostej l , przecina oś OX w punkcie o odciętej równej -3 .

- a) Napisz równania prostych l i k .
b) Oblicz długość najdłuższego boku trójkąta, którego boki zawierają się w prostych l i k oraz w osi OY .

Zad.10.14. Punkty $A = (4,-1); B = (2,3); C = (1,2)$ są wierzchołkami trójkąta.

Wykaż, że trójkąt ABC jest prostokątny i oblicz jego pole.

Zad.10.15. Punkty $A = (1,2); B = (-1,-1); C = (5,2)$ są wierzchołkami trójkąta.

Napisz równanie prostej zawierającej wysokość tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A .

Zad.10.16. Dwoma kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$ są punkty $A = (1,1); B = (8,0)$.

Wyznacz współrzędne wierzchołków C i D wiedząc, że jest on wpisany w okrąg o środku $S = (4,-3)$.

Zad.10.17. Punkt $A = (1,5)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$. Jeden z boków tego kwadratu zawiera się w prostej $2x - y = 2$. Oblicz długość przekątnej kwadratu.

Zad.10.18. Punkty A, B, C, D są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku, którego przekątne przecinają się w punkcie S . Oblicz długości przekątnych AC i BD oraz obwód tego równoległoboku, gdy $A = (3,8); B = (-1,4); S = (1,5)$.

Zad.10.19. Punkty $A = (-1,3); B = (-2,0); C = (2,-3)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$

Wyznacz współrzędne wierzchołka D i oblicz pole tego równoległoboku.

Zad.10.20. Punkty $A = (0,-1); B = (7,-2); C = (6,5); D = (-1,6)$ są wierzchołkami czworokąta $ABCD$.

Uzasadnij, że przekątne czworokąta są prostopadłe.

Zad.10.21. Napisz równanie okręgu o średnicy, której końcami są punkty $A = (-8,3); B = (2,5)$.

Zad.10.22. Napisz równanie okręgu o środku w punkcie $S = (3,2)$ i przechodzącego przez początek układu współrzędnych.

Zad.10.23. Napisz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (0,6); B = (-8,0); C = (0,0)$.

Zad.10.24. Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A = (3,0); B = (-1,2)$ należy do prostej o równaniu $x - y + 2 = 0$. Napisz równanie tego okręgu.

ODPOWIEDZI:

Zad.10.1. a) $\sqrt{52}$ b) (1,5) c) (10,11)

Zad.10.2. a) $y = \frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$ b) $x = -2$ c) $y = 5$

Zad.10.3. a) $y = 3x - 12$ b) $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$ c) $y = 5$ d) $x = -1$

Zad.10.4. a) $y = -\frac{1}{3}x + 4\frac{2}{3}$ b) $y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ c) $x = 3$ d) $y = -6$

Zad.10.5. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$

Zad.10.6. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

Zad.9. a) $y = 3x + 8$ b) $y = -x + 4$ c) $y = -2x + 3$

d) $y = -\frac{3}{2}x + 3\frac{1}{2}$

Zad.10.12. $y = -x + 4$

Zad.10.13. a) $l : y = x + 4; k : y = -x - 3$ b) 7

Zad.10.14. $P = 3$

Zad.10.15. $y = -2x + 4$

Zad.10.16. $C = (7, -7); D = (0, -6)$

Zad.10.17. $\sqrt{10}$

Zad.10.18. $|AC| = 2\sqrt{13}; |BD| = 2\sqrt{5}; Ob = 4 + 8\sqrt{2}$

Zad.10.19. $D = (3, 0); P = 15$

Zad.10.21. $(x + 3)^2 + (x - 4)^2 = 26$

Zad.10.22. $(x - 3)^2 + (x - 2)^2 = 13$

Zad.10.23. $(x + 4)^2 + (x - 3)^2 = 25$

Zad.10.24. $(x - 3)^2 + (x - 5)^2 = 25$